

東京大学理科 I 類 (担当戸瀬)

I $f(t) \in C^2(\mathbf{R})$ が

$$\begin{cases} f''(t) = -\omega^2 f(t) \\ f(0) = A, f'(0) = B \end{cases}$$

をみたすとき, $f(t)$ を求めよ ($\omega > 0$).

(追加: きちんと一意であることを導け. また \sin, \cos で書くこと.)

II $(2.0)^{\frac{1}{3}}$ を Newton 法により近似計算を行なえ. 近似列が収束することも証明せよ.

III n 次正方行列 A に対して

$$\left\{ \frac{\|A\vec{x}\|}{\|\vec{x}\|}; \vec{x} \neq \vec{0} \right\}$$

が有界であることを証明せよ.

IV (1) $\frac{1}{1+t^2}$ の $t=0$ における Taylor 展開を求めよ.

(2) $\arctan t$ の Taylor 展開を求めよ. ($t=0$ において)

V $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ に対して e^{tA} を計算せよ.

$$e^{tA} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!} (tA)^n$$

である ($(tA)^0 = I_2$).